

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ НА ЧЕТЫРЕХТОЧЕЧНЫЙ ИЗГИБ

В.В. Куранов, А.В. Абрамов, С.Г. Ботов, А.Н. Хрулёв

Российский федеральный ядерный центр —
ВНИИ технической физики имени академика Е.И. Забабахина, г. Снежинск

Описан алгоритм построения кривых "напряжение — деформация" при растяжении и сжатии по результатам испытаний образцов при чистом изгибе, разработанный по методике Надаи. На основании полученных соотношений и испытаний образцов при четырехточечном изгибе определены физико-механические характеристики керамики YSZ при нормальной температуре.

Для расчетов прочности конструкций требуется знание реальных физико-механических характеристик материалов при различных видах напряженного состояния, причем как однородного (растяжение, сжатие), так и неоднородного (изгиб, кручение и т. д.). Многообразие характеристик зачастую требует проведения большого числа разнообразных экспериментов.

На основании уравнений [1] можно определить зависимость "напряжение — деформация" материала при растяжении и сжатии по результатам испытаний образцов на четырехточечный изгиб.

Элемент балки длиной dx был вырезан в зоне, в которой изгибающий момент не изменяет своего значения (рис. 1). Положение нейтральной оси по толщине h характеризуется координатами y_1 и y_2 от сжатой и растянутой сторон элемента dx .

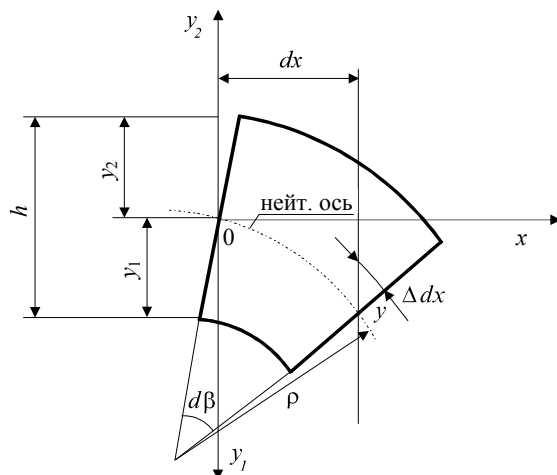


Рис. 1. Элемент балки dx

При изгибе два смежных поперечных сечения x и $x + dx$ балки будут иметь разный наклон. Линейный элемент балки, отстоящий на расстоянии y от нейтральной оси, получит при этом абсолютное удлинение Δdx , из которого определится и относительное:

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx}.$$

Так как
$$\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y}{\rho}, \text{ то } \varepsilon = \frac{y}{\rho}, \quad (1)$$

где ρ — обозначен радиус кривизны упругой нейтральной линии балки.

Равновесие сил, действующих на элемент балки длиной dx , выражается системой уравнений:

$$\begin{cases} \int_F \sigma dF = 0, \\ \int_F y \sigma dF = M, \end{cases} \quad (2)$$

где F — площадь поперечного сечения элемента балки, находящегося на расстоянии y от нейтральной оси; σ — нормальное напряжение, действующее на этот элемент. Через M обозначен изгибающий момент, уравнивающий эти внутренние напряжения. Площадь элемента dF в нашем случае выражается произведением $dF = b dy$ (b — ширина образца). Если переменную y на основании формулы (1) выразить через деформацию ε , то система (2) при $\sigma = f(\varepsilon)$ получат вид:

$$\begin{cases} \int_{-y_1}^{y_2} \sigma b dy = \rho \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) b d\varepsilon = 0, \\ \int_{-y_1}^{y_2} y \sigma b dy = \rho^2 \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \varepsilon f(\varepsilon) b d\varepsilon = M, \end{cases} \quad (3)$$

где $\varepsilon_1 = \frac{|y_1|}{\rho}$, $\varepsilon_2 = \frac{y_2}{\rho}$, $\rho = \frac{h}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$ (т. к. $|y_1| + y_2 = h$), $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$.

При $b = \text{const}$ из выражений (3) следует система уравнений:

$$\begin{cases} \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) d\varepsilon = 0, \\ M = \frac{bh^2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) d\varepsilon. \end{cases} \quad (4)$$

Пределы ε_1 и ε_2 следует считать функциями от нагрузки P , поэтому из соотношений (4) получаем

$$\begin{cases} \frac{d}{dP} \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) d\varepsilon = f(\varepsilon_2) \frac{d\varepsilon_2}{dP} + f(-\varepsilon_1) \frac{d\varepsilon_1}{dP} = 0, \\ \frac{d}{dP} \left[h^2 b \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon) d\varepsilon \right] = \frac{d}{dP} \left[\frac{Pa}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 \right], \end{cases} \quad (5)$$

где a — плечо приложения силы.

Учитывая, что $\sigma_1 = -f(\varepsilon_1)$, $\sigma_2 = f(\varepsilon_2)$, вводя обозначения $\varepsilon_{\text{cp}} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}$;

$\frac{d\varepsilon_{\text{cp}}}{dP} = \frac{\frac{d\varepsilon_1}{dP} + \frac{d\varepsilon_2}{dP}}{2}$ из формулы (5) находим

$$\sigma_1 = \frac{a}{h^2 b} \left(P + \frac{\varepsilon_{\text{cp}}}{2 \frac{d\varepsilon_{\text{cp}}}{dP}} \right) \left(1 + \frac{\frac{d\varepsilon_2}{dP}}{\frac{d\varepsilon_1}{dP}} \right), \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{a}{h^2 b} \left(P + \frac{\varepsilon_{\text{cp}}}{2 \frac{d\varepsilon_{\text{cp}}}{dP}} \right) \left(1 + \frac{\frac{d\varepsilon_1}{dP}}{\frac{d\varepsilon_2}{dP}} \right). \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) определяют зависимость между напряжениями и деформациями при чистом изгибе образца, то есть диаграммы деформирования материала при сжатии и растяжении соответственно с учетом нелинейности диаграмм деформирования и различного поведения материала при сжатии и растяжении.

Положение нейтральной оси определяется по следующей формуле:

$$y_1 = \frac{\varepsilon_1 h}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (8)$$

Кроме того, можно определить и дополнительную характеристику — прогиб нейтральной оси образца на базе пяти высот h :

$$f_5 = \frac{h}{\varepsilon_{k1} + \varepsilon_{k2}} - \sqrt{\left(\frac{h}{\varepsilon_{k1} + \varepsilon_{k2}} \right)^2 - \left(\frac{5h}{2} \right)^2}.$$

Итак, для построения кривых "напряжение — деформация" при растяжении и сжатии по результатам испытаний образцов на чистый изгиб необходимо

использовать формулы (6) и (7), но для этого по экспериментальным наборам точек $P(\varepsilon_1)$, $P(\varepsilon_2)$ необходимо получить функциональные зависимости $P = f(\varepsilon_1)$ и $P = f(\varepsilon_2)$ и с их помощью определить все необходимые параметры для нахождения по вышеуказанным формулам кривых $\sigma_1(\varepsilon_1)$, $\sigma_2(\varepsilon_2)$, положения нейтральной оси y_1 и прогиба нейтральной оси образца на базе пяти высот f_5 .

С помощью предложенной методики были построены кривые "напряжение — деформация" при растяжении и сжатии по результатам испытаний четырех образцов из керамики YSZ на чистый изгиб. На рис. 2 показаны схема нагружения образцов и места крепления тензорезисторов (позиция 1).

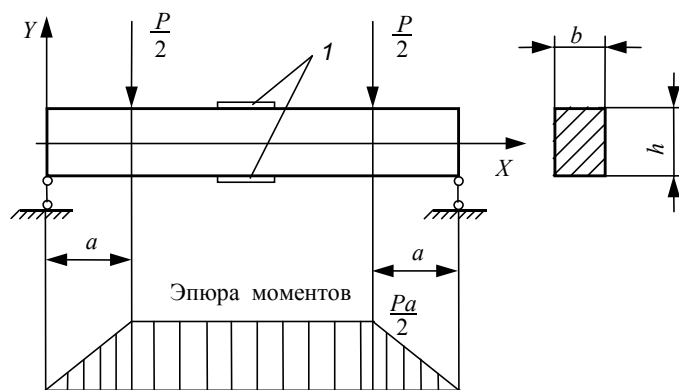


Рис. 2. Схема нагружения образца при чистом изгибе:

a — плечо силы; b — толщина образца; h — высота образца

Нагрузка P определяется с помощью штатного динамометра испытательной машины. Деформированное состояние образца исследуется с помощью тензорезисторов, наклеенных на верхней и нижней поверхностях образца.

При данной методике испытаний на чистый изгиб фиксируются деформации сжатия ε_1 и растяжения ε_2 крайних волокон образца, определяемые для ряда нагрузок P или, что одно и то же, для разных значений изгибающего момента $M = \frac{Pa}{2}$. Момент разрушения образца определяет крайнюю точку кривых $\sigma_1(\varepsilon_1)$ и $\sigma_2(\varepsilon_2)$.

При этом значение предела прочности на изгиб материала связано с величиной разрушающего усилия $P_{\text{раз}}$ образца, а значения деформаций сжатия $\varepsilon_{\text{сж, раз}}$ и растяжения $\varepsilon_{\text{р, раз}}$ фиксируются тензорезисторами. Для испытанных четырех образцов значения $P_{\text{раз}}$, $\varepsilon_{\text{сж, раз}}$ и $\varepsilon_{\text{р, раз}}$ приведены в табл. 1.

Зависимости $\varepsilon_1 = f(P)$ и $\varepsilon_2 = f(P)$ носят линейный характер во всем диапазоне изменения нагрузки P вплоть до момента разрушения. Исходные экспериментально полученные зависимости $P(\varepsilon_1)$, $P(\varepsilon_2)$ были отсканированы, а затем оцифрованы с помощью программы оцифровки растровых изображений. С помощью программы IZGIB, реализующей преобразование Надаи (6) и (7),

получены диаграммы напряжений для сжатия и растяжения, как для каждого образца, так и усредненные по четырем испытаниям (рис. 2, 3). Отмечены доверительные интервалы, определенные с вероятностью 0,99.

Таблица 1

Величины относительных деформаций растяжения и сжатия на момент разрушения образцов

№ образца	$P_{\text{раз}}, \text{ кгс}$	$\varepsilon_{\text{сж, раз}} \cdot 10^6$	$\varepsilon_{\text{р, раз}} \cdot 10^6$
102	42,0	716,5	753,3
108	45,1	840	807
125	35,0	661	640
126	31,0	600	595

По этим диаграммам были проведены расчеты физико–механических характеристик, которые представлены в табл. 2 (для растяжения) и табл. 3 (для сжатия).

Таблица 2

Физико–механические характеристики YSZ на растяжение

№ образца	Деформация прочности, $\varepsilon \cdot 10^6$	Предел прочности, кгс/мм^2	Модуль упругости, кгс/мм^2
102	753	12,0	15 800
108	807	13,5	16 600
125	640	10,0	15 800
126	595	9,0	15 000
Среднее значение	700	11,0	15 800

Таблица 3

Физико–механические характеристики YSZ на сжатие

№ образца	Деформация прочности, $\varepsilon \cdot 10^6$	Предел прочности, кгс/мм^2	Модуль упругости, кгс/мм^2
102	716	12,5	17 600
108	840	13,5	16 300
125	661	10,0	15 200
126	600	9,0	15 000
Среднее значение	700	11,0	16 000

Циркониевая керамика при испытаниях на чистый изгиб при нормальной температуре ($T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$) имеет линейные диаграммы деформирования растяжения и сжатия (рис. 3 и 4). При этом диаграмма растяжения практически совпадает с диаграммой сжатия. Различие в модулях упругости, предельных напряжениях и деформациях при растяжении и сжатии незначительное (см. табл. 2 и 3). Аналогичный линейный характер имеют диаграммы нагружения — зависимость "усилие — перемещение подвижного захвата нагружающей установки".

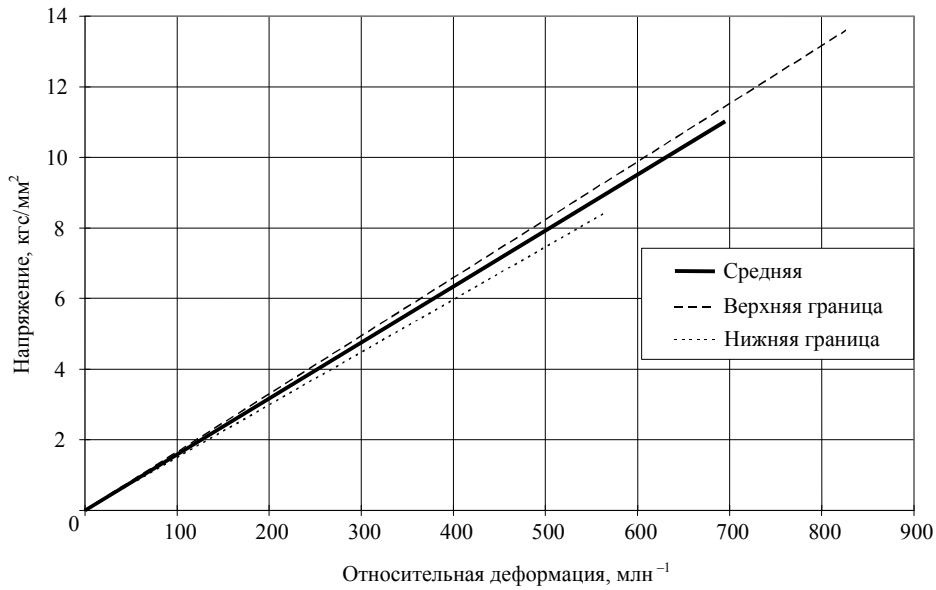


Рис. 3. Средня диаграмма "напряжение — деформация" на растяжение для YSZ

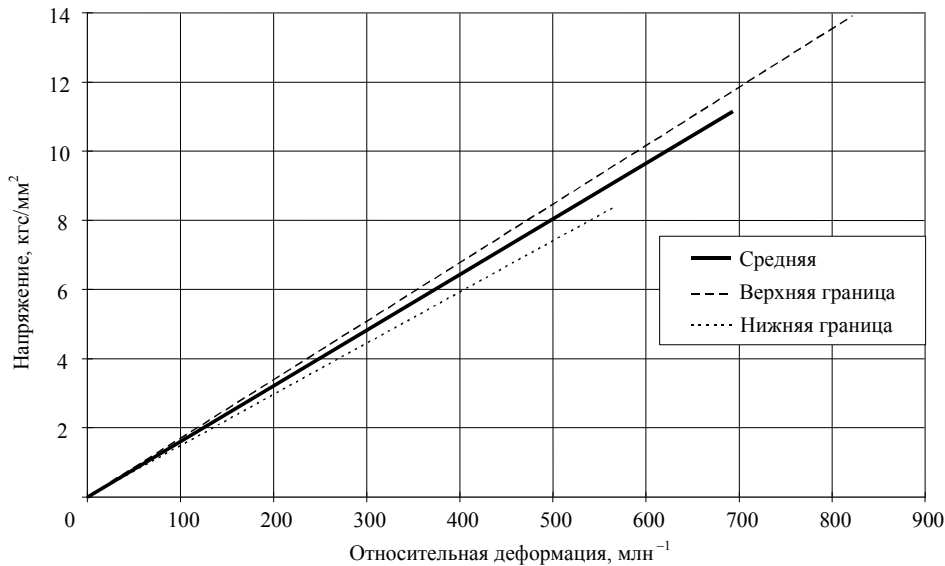


Рис. 4. Средня диаграмма "напряжение — деформация" на сжатие для YSZ

Расчетное положение нейтральной оси образцов в процессе нагружения определено по соотношению (8) (рис. 5). Положение нейтральной оси практически совпадает со срединной поверхностью образца ($h_1/h_2 \approx 1$) и не меняется в ходе всего нагружения вплоть до разрушения.

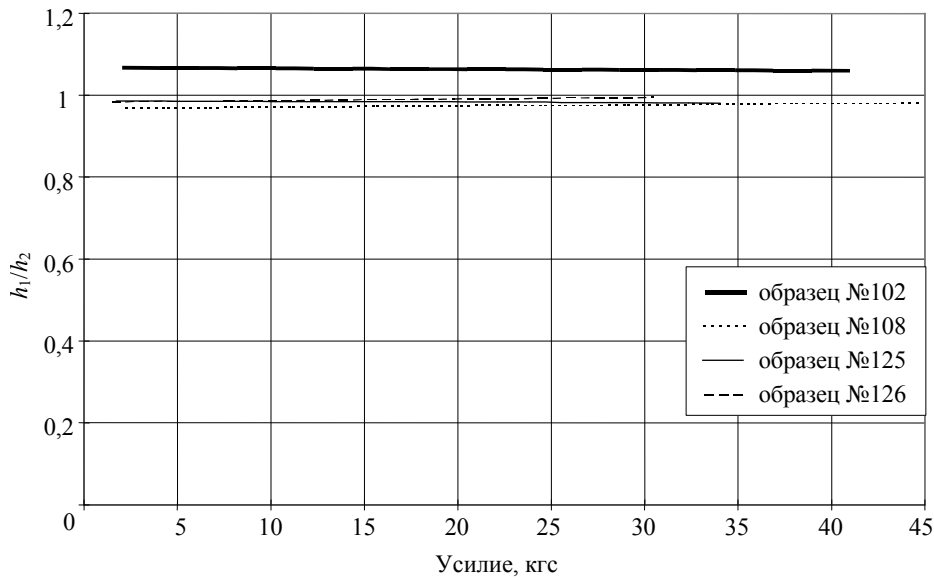


Рис. 5. Положение нейтральной оси образцов в процессе нагружения

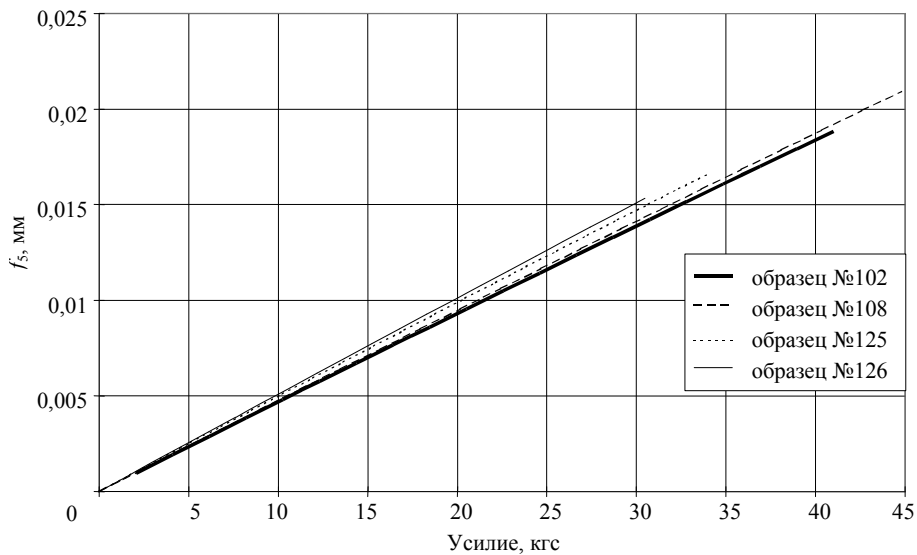


Рис. 6. Зависимость прогиба образца от усилия

Полученные при помощи расчетов по программе RASGIB прогибы образцов f_5 показаны на рис. 6. Из приведенных данных видно, что прогиб образцов из циркониевой керамики при нормальных условиях испытаний на чистый изгиб линейно зависит от приложенного момента.

Таким образом, в статье описана программная реализация преобразования Надаи, позволяющая для материалов с нелинейным характером деформирования построить диаграммы $\sigma(\epsilon)$ на растяжение и сжатие по результатам испытаний на четырехточечный изгиб. Методика проиллюстрирована на примере образцов из керамики YSZ, которая имеет линейный характер деформирования. В дальнейшем требуется проверка методики на материалах, имеющих нелинейные диаграммы $\sigma(\epsilon)$.

ССЫЛКА

1. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. — М.: Изд-во иностранной литературы, 1954.

Работа финансирована Сандийскими национальными лабораториями, США, контракт AQ-3351.